

Đề số: 01
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (4.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \end{bmatrix}$.

1. (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.
2. (1.0đ) Tìm ma trận X sao cho $AXA = 2I$, trong đó I là ma trận đơn vị cấp 3 (gợi ý: sử dụng ma trận nghịch đảo tìm được từ ý 1).
3. (1.5đ) Chứng minh rằng $\lambda = 1$ là một giá trị riêng của ma trận A . Tìm các vector riêng tương ứng với giá trị riêng $\lambda = 1$.

Câu II (3.5 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp

$$H = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y - 2t = 0\}.$$

- 1) (1.0đ) Chứng minh rằng H là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^4 .
- 2) (1.5đ) Tìm một cơ sở U của H , và tính số chiều của không gian H .
- 3) (1.0đ) Chứng minh rằng vectơ $u = (-4; 2; -1; 1)$ thuộc H và tìm tọa độ của u trong cơ sở U vừa tìm được ở ý 2.

Câu III (2.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$\forall u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (-y + z; -x + z; x - y).$$

- 1) (1.0đ) Tìm $\text{Ker}(f)$.
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận của ánh xạ f trong cơ sở

$$U = \{u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (1, 0, 1), u_3 = (1, 1, 1)\} \text{ của } \mathbb{R}^3.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 02
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (4.0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$.

- (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.
- (1.0đ) Tìm ma trận X sao cho $AXA = -2I$, trong đó I là ma trận đơn vị cấp 3 (gợi ý: sử dụng ma trận nghịch đảo tìm được từ ý 1).
- (1.5đ) Chứng minh rằng $\lambda = 1$ là một giá trị riêng của ma trận A . Tìm các vector riêng tương ứng với giá trị riêng $\lambda = 1$.

Câu II (3.5 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp

$$H = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid y - 3t = 0\}.$$

- (1.0đ) Chứng minh rằng H là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^4 .
- (1.5đ) Tìm một cơ sở U của H , và tính số chiều của không gian H .
- (1.0đ) Chứng minh rằng vectơ $u = (-4; 3; -1; 1)$ thuộc H và tìm tọa độ của u trong cơ sở U vừa tìm được ở ý 2.

Câu III (2.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (y - z; x - z; -x + y).$$

- (1.0đ) Tìm $\text{Ker}(f)$.
- (1.5đ) Tìm ma trận của ánh xạ f trong cơ sở

$$U = \{u_1 = (1, 0, 1), u_2 = (1, 0, 0), u_3 = (1, 1, 1)\} \text{ của } \mathbb{R}^3.$$

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 03
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.5 điểm) Cho các ma trận: $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & m \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & -6 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$.

- 1) (1.0đ) Tính $A.B^t$ theo m .
- 2) (1.5đ) Tìm tất cả các giá trị của m để ma trận A khả nghịch. Khi đó hãy tìm phần tử nằm ở hàng 1, cột 2 của ma trận nghịch đảo của ma trận A .

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} -x + y - 4z + t = 2 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ x + z - t = 3 \end{cases}$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vec tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y - 3z + 4t = 0\}.$$

- 1) (1.0đ) Chứng minh rằng W là một không gian vec tơ con của \mathbb{R}^4 .
- 2) (1.5đ) Tìm một cơ sở của W .

Câu IV (2.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$u = (x, y, z) \mapsto f(u) = (x - 2z, 6y + 3x)$$

- 1) (1.0đ) Tìm hạt nhân của ánh xạ tuyến tính f .
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $S = \{v_1 = (2, 0); v_2 = (1, 2)\}$ của \mathbb{R}^2 .

Câu V (1.0 điểm) Trong không gian vectơ 3 chiều V , cho cơ sở $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ và hệ vectơ $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ trong đó $v_1 = u_1 - u_2, v_2 = u_1 + u_2 - u_3, v_3 = 3u_2 + u_3$. Chứng minh rằng hệ vectơ S là một cơ sở của V .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (2.5 điểm) Cho các ma trận: $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \\ m & 1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 8 & -2 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix}$.

- 1) (1.0đ) Tính $B.A^t$ theo m .
- 2) (1.5đ) Tìm tất cả các giá trị của m để ma trận A khả nghịch. Khi đó hãy tìm phần tử nằm ở hàng 2, cột 1 của ma trận nghịch đảo của ma trận A .

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - 4z + t = 3 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \\ -x - 2y + 9z + t = -11 \end{cases}.$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vec tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 3x - y - 2z + 5t = 0\}.$$

- 1) (1.0đ) Chứng minh rằng W là một không gian vec tơ con của \mathbb{R}^4 .
- 2) (1.5đ) Tìm một cơ sở của W .

Câu IV (2.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$u = (x, y, z) \mapsto f(u) = (z - 2x, 2y + 4z)$$

- 1) (1.0đ) Tìm hạt nhân của ánh xạ tuyến tính f .
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $S = \{v_1 = (2, 0); v_2 = (1, 2)\}$ của \mathbb{R}^2 .

Câu V (1.0 điểm) Trong không gian vectơ 3 chiều V , cho cơ sở $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ và hệ vectơ $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ trong đó $v_1 = u_2 - u_3, v_2 = -u_1 + u_2 + u_3, v_3 = 3u_1 + u_2 + u_3$. Chứng minh rằng hệ vectơ S là một cơ sở của V .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: **05**
Ngày thi:

Tên Học phần: **Đại số tuyến tính**
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: **Tự luận**

Câu I (3.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$.

- a) (1.5đ) Tìm ma trận X sao cho $A^2 + 2X = B$.
- b) (1.5đ) Tìm các giá trị riêng và các vectơ riêng của ma trận A .

Câu II (2.0 điểm) Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y - 2z - t = 1 \\ 3x - y + z + 3t = 2 \\ 2x - 2y + 2z + mt = 1 \end{cases}$$

- a) (1.0đ) Với giá trị nào của m thì hệ trên có nghiệm?
- b) (1.0đ) Giải hệ trên khi $m = 1$ (gợi ý: có thể sử dụng kết quả biến đổi ở ý a).

Câu III (2.0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho hệ vectơ

$$U = \{u_1 = (1, 2, 2); u_2 = (0, 3, 2); u_3 = (-2, 1, 0)\}.$$

- a) (0.75đ) Chứng minh U là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- b) (1.25đ) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở U sang cơ sở chính tắc của không gian \mathbb{R}^3 .

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$\forall u = (x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4, f(u) = (y + 2z; x - y - t).$$

- a) (1.0đ) Chứng minh rằng f là một ánh xạ tuyến tính.
- b) (2.0đ) Tìm $\text{Ker}(f)$. Hãy chỉ ra một cơ sở và tính số chiều của $\text{Ker}(f)$, từ đó suy ra hạng của ánh xạ tuyến tính f .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 06

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3.0 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$.

- a) (1.5đ) Tìm ma trận X sao cho $B - 2X = A^2$.
- b) (1.5đ) Tìm các giá trị riêng và các vectơ riêng của ma trận A .

Câu II (2.0 điểm) Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 2y + z - t = 2 \\ 3x + y - z + 3t = 5 \\ 2x + 3y - z + mt = 4 \end{cases}$$

- a) (1.0đ) Với giá trị nào của m thì hệ trên có nghiệm?
- b) (1.0đ) Giải hệ trên khi $m = 3$ (gợi ý: có thể sử dụng kết quả biến đổi ở ý a).

Câu III (2.0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho hệ vectơ

$$U = \{u_1 = (1, 2, 2); u_2 = (0, 3, 2); u_3 = (2, 0, 2)\}.$$

- a) (0.75đ) Chứng minh U là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- b) (1.25đ) Tìm ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở U sang cơ sở chính tắc của không gian \mathbb{R}^3 .

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi

$$\forall u = (x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4, f(u) = (x - y - z; y + 3t).$$

- a) (1.0đ) Chứng minh rằng f là một ánh xạ tuyến tính.
- b) (2.0đ) Tìm $\text{Ker}(f)$. Hãy chỉ ra một cơ sở và tính số chiều của $\text{Ker}(f)$, từ đó suy ra hạng của ánh xạ tuyến tính f .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 07

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2,0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -m \end{bmatrix}$.

1) (0,5đ) Tính AB theo m .

2) (1,5đ) Hãy tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

Câu II (1,5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} x + 3y - 4z + 3t = -5 \\ 3x + 5y + t = 1 \\ -3x - 7y + 6z - 5t = 7 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 cho hệ vectơ:

$$U = \{v_1 = (1; -1; -2; 1), v_2 = (2; -1; 0; 2), v_3 = (2; -1; -3; 0)\}.$$

1) (1,0đ) Hệ vectơ U độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính? Tại sao?

2) (1,0đ) Chứng minh rằng vectơ $v = (4; -3; -16; -4)$ là tổ hợp tuyến tính của các vectơ của hệ U .

Câu IV (1,5 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 cho không gian vectơ con:

$$W = \{u = (x; y; z) \mid 2x - 5y - z = 0\}.$$

Hãy tìm một cơ sở và số chiều của W .

Câu V (3,0 điểm). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi:

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (x + y; y + z; z - x).$$

1) (1,25đ) Chứng minh rằng f là ánh xạ tuyến tính.

2) (0,75đ) Tìm $\ker(f)$.

3) (1,0đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 08

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2,0 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & m & 3 \end{bmatrix}$.

- 1) (0,5đ) Tính BA theo m .
- 2) (1,5đ) Hãy tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .

Câu II (1,5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:

$$\begin{cases} x + y + 6z - 5t = 3 \\ 3x + 5y + 8z + t = 1 \\ -3x - 7y + 2z - 17t = 7 \end{cases}$$

Câu III (2,0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 cho hệ vectơ:

$$U = \{v_1 = (1; -1; -2; 1), v_2 = (-2; 1; 0; -2), v_3 = (-3; 1; 2; 0)\}.$$

- 1) (1,0đ) Hệ vectơ U độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính? Tại sao?
- 2) (1,0đ) Chứng minh rằng vectơ $v = (-2; 3; 0; -8)$ là tổ hợp tuyến tính của các vectơ của hệ U .

Câu IV (1,5 điểm) Trong không gian \mathbb{R}^3 cho không gian vectơ con:

$$W = \{u = (x; y; z) \mid 3x + y - 4z = 0\}.$$

Hãy tìm một cơ sở và số chiều của W .

Câu V (3,0 điểm). Cho ánh xạ $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi:

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (x - y; y + z; z + x).$$

- 1) (1,25đ) Chứng minh rằng f là ánh xạ tuyến tính.
- 2) (0,75đ) Tìm $\ker(f)$.
- 3) (1,0đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 09

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2,5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

- 1) (1,0 đ) Tìm a để ma trận A khả nghịch. Từ đó tính $\det(A' \cdot A^{-1})$.
- 2) (1,5 đ) Với $a = 1$, tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

Câu II (1,5 điểm) Với điều kiện nào của tham số m thì hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = -1 \\ 2x - y + 3z = 1 \\ 8x + y + mz = 5 \end{cases}.$$

Câu III (3,0 điểm)

- 1) (2,0 đ) Trong không gian vector \mathbb{R}^3 tập hợp $V = \{v = (x; y; z) | 3x + 3y - z = 0\}$. Chứng minh rằng V là không gian vector con của \mathbb{R}^3 . Tìm một cơ sở và số chiều của V .
- 2) (1,0 đ) Cho hệ vector $S = \{u_1 = (2; 3; 4), u_2 = (3; 1; 3), u_3 = (8; 6; 7)\}$. Chứng minh rằng S là cơ sở của \mathbb{R}^3 .

Câu IV (3,0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$f(u) = (2x - y; 2y - z), \quad \forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3.$$

- 1) (1,5 đ) Tìm hạt nhân, số chiều của hạt nhân và số chiều của ảnh của ánh xạ tuyến tính f .
- 2) (1,5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f đối với cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $U = \{u_1 = (1; 0), u_2 = (1; 2)\}$ của \mathbb{R}^2 .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 10

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2,5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & a \\ 2 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

- 1) (1,0 đ) Tìm a để ma trận A khả nghịch. Từ đó tính $\det(2A.A^{-1})$.
- 2) (1,5 đ) Với $a = 3$, tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

Câu II (1,5 điểm) Với giá trị nào của tham số m thì hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} x - 2y - z = 1 \\ 3x + 2z = -1. \\ 7x + 4y + mz = 8 \end{cases}$$

Câu III (3,0 điểm)

- 1) (2,0 đ) Trong không gian vector \mathbb{R}^3 tập hợp $V = \{v = (x; y; z) | x + 4y - 3z = 0\}$. Chứng minh rằng V là không gian vector con của \mathbb{R}^3 . Tìm một cơ sở và số chiều của V .
- 2) (1,0 đ) Cho hệ vector $S = \{u_1 = (1; 2; 3), u_2 = (4; 5; 6), u_3 = (2; -1; 0)\}$. Chứng minh rằng S là cơ sở của \mathbb{R}^3 .

Câu IV (3,0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$f(u) = (x + y + z; y - z), \forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3.$$

- 1) (1,5 đ) Tìm hạt nhân, số chiều của hạt nhân và số chiều của ảnh của ánh xạ tuyến tính f .
- 2) (1,5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f đối với cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $U = \{u_1 = (1; 1), u_2 = (2; 0)\}$ của \mathbb{R}^2 .

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm

+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 11

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2,5 điểm) Cho ma trận: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & m & 1 \end{pmatrix}$

- 1) (1,0đ) Hãy tính $2A$ và A^2 theo m .
- 2) (1,5đ) Với $m = 3$, hãy tìm ma trận nghịch đảo của A (nếu có).

Câu II (1,5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính sau:
$$\begin{cases} x + 2y - z + t = 5 \\ 2x + 5y + 3z - 2t = -4 \\ 4x + 9y + z = 6 \end{cases}$$

Câu III (1,5 điểm) Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp $V = \{u = (x; y; z; t) \mid x + 2y - 3z = 0\}$.

Chứng minh rằng V là không gian véc tơ con của không gian véc tơ \mathbb{R}^4 và tìm một hệ sinh của V .

Câu IV (1,5 điểm) Cho hệ véc tơ $S = \{(1; 1; -m), (2; m; 1), (m; 0; 0)\}$ trong không gian véc tơ \mathbb{R}^3 .

- 1) (1,0đ) Tìm m để S là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- 2) (0,5đ) Biết rằng khi $m = 2$ thì S là một cơ sở của \mathbb{R}^3 . Khi đó, hãy tìm tọa độ của véc tơ $u = (3; -5; 2)$ trong cơ sở S .

Câu V (3,0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$u = (x; y; z) \mapsto f(u) = (x - 2y + z; y + z)$$

- 1) (1,5đ) Tìm $\text{Ker} f$ và hạng của ánh xạ tuyến tính f .
- 2) (1,5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $S = \{v_1 = (2; 1), v_2 = (3; -2)\}$ của \mathbb{R}^2 .

..... Hết

Ghi chú: - Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
- Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 12
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2,5 điểm) Cho ma trận: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & m \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- 1) (1,0đ) Hãy tính $5A$ và A^2 theo m .
- 2) (1,5đ) Với $m = -2$, hãy tìm ma trận nghịch đảo của A (nếu có).

Câu II (1,5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính sau:
$$\begin{cases} x - 3y + z - t = 6 \\ 3x - 8y - 2z + 4t = 15 \\ x - 2y - 4z + 6t = 3 \end{cases}$$

Câu III (1,5 điểm) Trong không gian véc tơ \mathbb{R}^4 cho tập hợp $V = \{u = (x; y; z; t) \mid 2x - y - 3t = 0\}$.

Chứng minh rằng V là không gian véc tơ con của không gian véc tơ \mathbb{R}^4 và tìm một hệ sinh của V .

Câu IV (1,5 điểm) Cho hệ véc tơ $S = \{(2; m; 2), (1; 2; -m), (0; m; 0)\}$ trong không gian véc tơ \mathbb{R}^3 .

- 1) (1,0đ) Tìm m để S là một cơ sở của \mathbb{R}^3 .
- 2) (0,5đ) Biết rằng khi $m = 2$ thì S là một cơ sở của \mathbb{R}^3 . Khi đó, hãy tìm tọa độ của véc tơ $u = (-3; 5; 2)$ trong cơ sở S .

Câu V (3,0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$u = (x; y; z) \mapsto f(u) = (-x + y - 3z; z - x)$$

- 1) (1,5đ) Tìm $\text{Ker} f$ và hạng của ánh xạ tuyến tính f .
- 2) (1,5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 và cơ sở $S = \{v_1 = (-3; 2), v_2 = (1; 2)\}$ của \mathbb{R}^2 .

..... Hết

Ghi chú: - Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
- Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 13

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & a \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 \\ 0 & 7 & 3 \end{bmatrix}$.

- (0.5 đ) Tính $\det(A)$ theo a .
- (2.0 đ) Với $a = -1$, hãy tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A . Từ đó, tìm ma trận X sao cho $XA = B$.

Câu II (1.0 điểm) Với giá trị nào của m thì hệ phương trình tuyến tính sau vô nghiệm :

$$\begin{cases} x - 2y + z + t = 1 \\ 3x + y - z = 4 \\ 2x + 3y - 2z + mt = 6 \end{cases}.$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho tập hợp:

$$W = \{u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - 2y + z = 0\}.$$

- (1.0đ) Chứng minh rằng W là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^3 .
- (1.5đ) Tìm một cơ sở, số chiều của không gian W .
- (0.5đ) Tìm tọa độ của vectơ $v = (1; 3; 5)$ trong cơ sở của W tìm được ở trên.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (x + 2y; y - z).$$

- (1.5đ) Tìm $\ker f$, $\text{Im } f$.
- (1.5đ) Tìm ma trận của f trong 2 cơ sở $U = \{u_1 = (1; 0; 0), u_2 = (0; 1; 1), u_3 = (1; 1; 1)\}$ của \mathbb{R}^3 và cơ sở $V = \{v_1 = (1; 1), v_2 = (1; 3)\}$ của \mathbb{R}^2 .

Câu V (0.5 điểm) Tìm các giá trị riêng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 14

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.5 điểm) Cho các ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & b \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$.

- (0.5 đ) Tính $\det(A)$ theo b .
- (2.0 đ) Với $b = -1$, hãy tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A . Từ đó, tìm ma trận X sao cho $XA = B$.

Câu II (1.0 điểm) Với giá trị nào của m thì hệ phương trình tuyến tính sau có nghiệm :

$$\begin{cases} x - 2y + z - t = 2 \\ 3x + y - z + 3t = 3 \\ 2x + 3y - 2z + mt = -6 \end{cases}.$$

Câu III (3.0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho tập hợp:

$$Q = \{u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + 3z = 0\}.$$

- (1.0đ) Chứng minh rằng Q là một không gian vectơ con của \mathbb{R}^3 .
- (1.5đ) Tìm một cơ sở, số chiều của không gian Q .
- (0.5đ) Tìm tọa độ của vectơ $v = (-1; 8; 3)$ trong cơ sở của Q tìm được ở trên.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (x + 3y; y - 2z).$$

- (1.5đ) Tìm $\ker f$, $\text{Im } f$.
- (1.5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở $U = \{u_1 = (1; 1; 0), u_2 = (0; 1; 0), u_3 = (1; 0; 1)\}$ của \mathbb{R}^3 và cơ sở $V = \{v_1 = (1; 1), v_2 = (1; 3)\}$ của \mathbb{R}^2 .

Câu V (0.5 điểm) Tìm các giá trị riêng của ma trận $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 15
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.0 điểm) Cho hai ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ -3 & -5 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ và $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5 đ) Tìm BA .
- 2) (1.5 đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có)

Câu II (1.0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 , tìm hạng của họ các vectơ:

$$V = \{u_1 = (-1; 0; 1; -2); u_2 = (0; 1; 3; 0); u_3 = (0; -1; 3; -8)\}.$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho tập hợp

$$S = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + y - 3z = 0\}.$$

- 1) (1.25đ) Chứng minh S là một không gian con của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .
- 2) (1.25đ) Tìm một cơ sở và tính số chiều của S .

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi:

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (2x; x + z; x - z).$$

- 1) (1.5đ) Tìm $\text{Im } f$. Tìm một cơ sở của $\text{Im } f$ và hạng của f .
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở $U = \{u_1 = (1; 1; 0), u_2 = (0; 1; 1), u_3 = (1; 0; 1)\}$ của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .

Câu V (1.5 điểm) Với ma trận A đã cho ở **Câu I**, chứng minh rằng $\lambda = 4$ là một giá trị riêng của ma trận A và tìm vectơ riêng ứng với giá trị riêng đó.

..... HẾT

Ghi chú: - Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
- Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 16

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.0 điểm) Cho hai ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ và $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- 1) (0.5đ) Tìm BA .
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A (nếu có).

Câu II (1.0 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^4 , tìm hạng của họ các vectơ:

$$V = \{u_1 = (1; 0; 1; 2); u_2 = (0; -1; 1; 4); u_3 = (0; 1; 3; 2)\}.$$

Câu III (2.5 điểm) Trong không gian vectơ \mathbb{R}^3 cho tập hợp

$$S = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \mid 3x - 2y + z = 0\}.$$

- 1) (1.25đ) Chứng minh S là một không gian con của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .
- 2) (1.25đ) Tìm một cơ sở cho S và tính số chiều của S .

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ xác định bởi:

$$\forall u = (x; y; z) \in \mathbb{R}^3, f(u) = (x - y; 2y; x + y).$$

- 1) (1.5đ) Tìm $\text{Im } f$. Tìm một cơ sở của $\text{Im } f$ và hạng của f .
- 2) (1.5đ) Tìm ma trận của f trong cơ sở $U = \{u_1 = (1; 1; 0), u_2 = (0; 1; 1), u_3 = (1; 0; 1)\}$ của không gian vectơ \mathbb{R}^3 .

Câu V (1.5 điểm) Với ma trận A đã cho ở **Câu I**, chứng minh rằng $\lambda = 4$ là một giá trị riêng của ma trận A và tìm vectơ riêng ứng với giá trị riêng đó.

..... HẾT

Ghi chú: - Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
- Sinh viên không được sử dụng tài liệu.

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 17

Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính

Thời gian làm bài: 75 phút

Loại đề thi: Tự luận

Câu I (3,5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & x & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

- (1,0 đ) Với giá trị nào của x thì hạng của ma trận A bằng 2.
- (1,5 đ) Với $x = 2$, tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .
- (1,0 đ) Với $x = 5$, giải hệ phương trình tuyến tính thuần nhất $A.X = \theta$, với θ là ma trận không cấp 3×1 .

Câu II (3,0 điểm)

- (1,5 đ) Hãy chứng tỏ hệ vector $U = \{ u_1 = (-1; 2); u_2 = (2; 1) \}$ là một cơ sở của không gian vector \mathbb{R}^2 . Biết tọa độ của vector v trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^2 là $(3; 1)$, hãy tìm tọa độ của vector v trong cơ sở U .
- (1,5 đ) Cho $W = \{ u = (x; y; z) \mid x + 3y - 3z = 0 \}$ là một không gian vector con của không gian vector \mathbb{R}^3 . Hãy tìm một cơ sở và số chiều của không gian W .

Câu III (3,5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính:

$$f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(x; y; z; t) \mapsto f(x; y; z; t) = (x - y + z; x - 4z).$$

- (0,5 đ) Biết $f(u) = (5; 2)$, $f(v) = (-3; 1)$, hãy tìm $f(3u + v)$.
- (1,5 đ) Tìm cơ sở và số chiều của $\text{Im } f$, từ đó tìm hạng của ánh xạ tuyến tính f .
- (1,5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong hai cơ sở U và U_1 với $U = \{ u_1 = (1; 1; 0; 0), u_2 = (2; 0; 0; 0), u_3 = (0; 1; 1; 0), u_4 = (0; 0; 0; 1) \}$ và $U_1 = \{ v_1 = (1; 0), v_2 = (1; 2) \}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Câu I (3,5 điểm) Cho ma trận $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & x & 0 \end{bmatrix}$.

- (0,5 đ) Với giá trị nào của x thì hạng của ma trận A bằng 2.
- (1,5 đ) Với $x = 2$, tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A .
- (1,5 đ) Với $x = 1$, giải hệ phương trình tuyến tính $A.X = \theta$, với θ là ma trận không cấp 3×1 .

Câu II (3,0 điểm)

- (1,5 đ) Hãy chứng tỏ hệ vector $U = \{ u_1 = (-1; 3); u_2 = (3; 1) \}$ là một cơ sở của không gian vector \mathbb{R}^2 . Biết tọa độ của vector v trong cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^2 là $(2; 1)$, hãy tìm tọa độ của vector v trong cơ sở U .
- (1,5 đ) Cho $W = \{ u = (x; y; z) \mid 3x + 2y - z = 0 \}$ là một không gian vector con của không gian vector \mathbb{R}^3 . Hãy tìm một cơ sở và số chiều của không gian W .

Câu III (3,5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính:

$$f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(x; y; z; t) \mapsto f(x; y; z; t) = (x - y + t; x - 2t).$$

- (0,5 đ) Biết $f(u) = (-1; 2)$, $f(v) = (4; 1)$, hãy tìm $f(3u + v)$.
- (1,5 đ) Tìm cơ sở và số chiều của $\text{Im } f$, từ đó tìm hạng của ánh xạ tuyến tính f .
- (1,5 đ) Tìm ma trận của ánh xạ tuyến tính f trong hai cơ sở U và U_1 với $U = \{ u_1 = (1; 1; 0; 0), u_2 = (2; 0; 0; 0), u_3 = (0; 0; 1; 0), u_4 = (0; 0; 1; 1) \}$ và $U_1 = \{ v_1 = (1; 0), v_2 = (-1; 2) \}$.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ **Sinh viên không được sử dụng tài liệu**

Đề số: 19
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.5 điểm) Cho hai ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & 4 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

1. (1.0đ) Tính $2A', AB$.
2. (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:
$$\begin{cases} x + 2y + 4z - t = 3 \\ 2x + y + 4z + t = 3 \\ x - 4y - 4z + 4t = 4 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Cho tập hợp $S = \{u = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 3y + z - 2t = 0\}$ là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^4 .

1. (1.5đ) Hãy tìm 1 cơ sở và chỉ ra số chiều của S .
2. (1.5đ) Tìm m để véc tơ $u = (0; 1; m + 1; m)$ thuộc S . Với m tìm được hãy tìm tọa độ của u trong cơ sở chỉ ra ở ý 1 câu III.

Câu IV (3.0 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$(x, y) \mapsto f(x, y) = (2x - 4y, -x + 2y)$$

1. (0.25đ) Véc tơ $v = (-2; 1)$ có thuộc $\text{Im}(f)$ không? Vì sao?
2. (1.0đ) Tìm $\text{Ker}(f)$.
3. (1.25đ) Tìm ma trận A của f trong cơ sở $U = \{u_1 = (1, 0); u_2 = (1, 1)\}$ của \mathbb{R}^2 .
4. (0.5đ) Tìm các giá trị riêng của ma trận A ở ý 3 câu IV.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang

Đề số: 20
Ngày thi:

Tên Học phần: Đại số tuyến tính
Thời gian làm bài: 75 phút
Loại đề thi: Tự luận

Câu I (2.5 điểm) Cho hai ma trận $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

- (1.0đ) Tính $2A', AB$.
- (1.5đ) Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận A bằng cách sử dụng ma trận phụ hợp.

Câu II (1.5 điểm) Giải hệ phương trình tuyến tính:
$$\begin{cases} x + 2y - z + 4t = 3 \\ 2x + y + z + 4t = 3 \\ x - 4y + 4z - 4t = 4 \end{cases}$$

Câu III (3.0 điểm) Cho tập hợp $S = \{u = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 5y + z - 2t = 0\}$ là không gian véc tơ con của \mathbb{R}^4 .

- (1.5đ) Hãy tìm 1 cơ sở và chỉ ra số chiều của S .
- (1.5đ) Tìm m để véc tơ $u = (0; 1; m + 1; m)$ thuộc S . Với m tìm được hãy tìm tọa độ của u trong cơ sở chỉ ra ở ý 1 câu III.

Câu IV (3.5 điểm) Cho ánh xạ tuyến tính $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ xác định bởi:

$$(x, y) \mapsto f(x, y) = (2x - 6y, -x + 3y)$$

- (0.25đ) Véc tơ $v = (-4; 2)$ có thuộc $\text{Im}(f)$ không? Vì sao?
- (1.0đ) Tìm $\text{Ker}(f)$.
- (1.25) Tìm ma trận A của f trong cơ sở $U = \{u_1 = (1, 0); u_2 = (1, 1)\}$ của \mathbb{R}^2 .
- (0.5đ) Tìm các giá trị riêng của ma trận A ở ý 3 câu IV.

..... HẾT

Ghi chú: + Cán bộ coi thi không phải giải thích gì thêm
+ Sinh viên không được sử dụng tài liệu

Cán bộ ra đề
Nguyễn Thị Bích Thủy

Duyệt đề
Vũ Thị Thu Giang